

УДК 621.383.4

**МНОГОКРАТНЫЕ ОТРАЖЕНИЯ СВЕТА В ПРИЗМЕ СВЯЗИ****А.Б. Сотский, С.О. Парашков***Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова, Могилев, Беларусь***MULTIPLE REFLECTIONS OF LIGHT IN THE PRISM COUPLER****A.B. Sotsky, S.O. Parashkov***A.A. Kuleshov Mogilev State University, Mogilev, Belarus*

Рассматривается проблема многократных отражений света в призме связи при волноводной спектроскопии тонких пленок. В рамках двумерной лучевой модели сформулированы алгоритмы расчета траектории светового луча и отражательной способности треугольной призмы связи. Предложены и проиллюстрированы расчетами критерии оптимального выбора углов и оси вращения призмы связи, предполагающие стабилизацию точки ввода излучения в исследуемую слоистую среду и минимизацию влияния лучей высших порядков на отражательную способность призмы связи. Представлены примеры решения обратной задачи волноводной спектроскопии двухслойной структуры оксинитрида кремния на кремниевой подложке.

**Ключевые слова:** обратная задача волноводной спектроскопии, многократные отражения света в призме связи, оптимизация призмы связи.

The problem of multiple reflections of light in the prism coupler at waveguide spectroscopy of thin films is investigated. With the use of a 2D ray model, algorithms for computing the trajectory of a light beam in the triangular prism coupler and the prism reflectivity are developed. Criteria for optimal choice of the prism angles and rotation axis are proposed and illustrated numerically. The criteria imply stabilization of the light insertion point into the layered medium under investigation and minimization of influence of high-order rays to full reflectivity of the prism coupler. Examples of the waveguide spectroscopy inverse problem solution for a bi-layer structure of silicon oxinitride on a silicon substrate are presented.

**Keywords:** inverse problem of the waveguide spectroscopy, multiple reflections of light in the prism coupler, optimization of the prism coupler.

**Введение**

Одним из эффективных методов оптического контроля параметров тонких пленок и слоистых сред является волноводная спектроскопия [1]. В данном методе сочетаются туннельное возбуждение мод слоистой структуры посредством призмы связи (ПС) и регистрация параметров отраженного светового пучка. При указанном способе возбуждения структуры зондирующее оптическое излучение проникает в нее в виде волноводных мод и взаимодействует с ней на наибольшем по сравнению с альтернативными измерительными схемами расстоянии. Этим определяется максимальная чувствительность метода волноводной спектроскопии к параметрам структуры.

При решении обратной задачи волноводной спектроскопии информация об исследуемой структуре извлекается из распределения интенсивности лазерного пучка, отраженного от ПС. Существует два способа измерения и обработки данного распределения. В первом из них осуществляется анализ фурье-образа отраженного пучка, наблюдаемого в фокальной плоскости объектива [1]. Во втором, который отличается повышенной светосилой, исследуется зависимость отражательной способности ПС от угла падения пучка на ее входную грань. Для измерения данной зависимости разработаны автоматизированная

установка [2] и серийно выпускаемая Metricon Corporation установка Model 2010/M Prism Coupler. В настоящей статье анализируются проблемы обработки результатов измерений, характерные для второго из отмеченных способов.

В пионерских работах по методу волноводной спектроскопии [3]–[5] основное внимание уделялось регистрации углового положения минимумов отражательной способности ПС, соответствующих резонансному возбуждению волноводных мод структуры. По этим минимумам определялись вещественные части постоянных распространения мод. Последующее восстановление параметров структуры осуществлялось путем численного решения известных дисперсионных уравнений для мод структуры. Однако такой подход является достаточно грубым, поскольку в нем не учитывается возмущающее влияние ПС на исследуемую среду. Кроме того, он не позволяет оценить показатели поглощения материалов пленок.

Более точная схема обработки отражательной способности ПС в окрестности ее минимумов была предложена в [2]. Она позволяет определить комплексные постоянные распространения волноводных мод. Параметры структуры восстанавливаются в результате численного решения системы дисперсионных уравнений на комплексной плоскости. Недостатками данной

схемы является ее сложность, а также то, что она применима к исследованию только многомодовых планарных структур.

В последнее время получил развитие подход, в котором осуществляется непосредственное (без обращения к дисперсионным уравнениям) восстановление параметров планарной структуры за счет обработки угловой зависимости отражательной способности ПС методом наименьших квадратов [6]–[11]. При таком подходе ключевую роль играет корректное теоретическое описание отражательной способности ПС.

В предложенных до настоящего времени теоретических моделях ПС учитывалось только однократное отражение света на всех гранях ПС [6]–[11]. Однако на практике обычно используются высокопреломляющие ПС (в видимом диапазоне их показатель преломления близок к 2, а в ближнем ИК диапазоне он может достигать 3). В такой ситуации многократные внутренние отражения света на гранях ПС могут заметно повлиять на ее полную отражательную способность. В результате названные модели могут привести к ошибкам при решении обратной задачи об определении параметров слоистой структуры.

Соответствующие ограничения анализируются в настоящей работе. В ее первом разделе представлены алгоритмы расчета траектории светового луча в ПС и расчета полной отражательной способности ПС. Во втором разделе исследованы вопросы оптимизации ПС. Речь идет о проблемах стабилизации точки ввода излучения в исследуемую планарную структуру и о минимизации влияния многократных отражений света на гранях ПС на ее полную отражательную способность. Выполнены расчеты, иллюстрирующие влияние многократных отражений света в ПС на результаты решения обратной задачи волноводной спектроскопии и эффективность найденных оптимизационных решений.

### 1 Расчет траектории луча в ПС

Рассмотрим схему измерения угловой зависимости отражательной способности ПС, представленную на рисунке 1.1 и адекватную установке Model 2010/M Prism Coupler.

Здесь треугольная ПС имеет ребра (1), (2), (3) и грани 1, 2, 3. ПС и примыкающая к ее боковым граням 1 и 3 среда имеют показатели преломления и поглощения  $n_p$ ,  $k_p$  и  $n_a$ ,  $k_a$ , соответственно, причем  $k_p \ll n_p$ ,  $k_a \rightarrow 0$ . Грань 2 является основанием призмы, контактирующим с исследуемой слоистой структурой. Углы при основании равны  $\theta_1$  и  $\theta_2$ . Пучок света ТЕ, либо ТМ поляризации проходит сквозь входную грань призмы 1, отражается от ее основания и сквозь выходную грань призмы 3 попадает на протяженный фотоприемник  $\Phi$ . Штриховыми линиями изображены контур призмы и ось пучка при

исходном положении измерительной установки. В этом положении ось пучка ортогональна входной грани призмы и пересекает основание призмы в точке  $c$ . Данная точка обведена кружком. Она находится на расстоянии  $a$  от ребра призмы (1). В дальнейшем точку пересечения оси пучка, прошедшего входную грань призмы и основания призмы мы будем называть точкой ввода излучения в исследуемую структуру. Вращение ПС вместе с прижатой к ее основанию исследуемой слоистой средой осуществляется вокруг оси  $r$ , параллельной оси  $Oz$ . В ходе этого вращения фиксированы ось пучка, падающего на входную грань ПС, фотоприемник и система координат  $Ox_i y_i z$ , в которой ось  $Ox_i$  параллельна основанию призмы в ее исходном положении, а ось вращения имеет координаты  $x_i = 0$ ,  $y_i = 0$ . С ПС жестко связана подвижная система координат  $Oxyz$ , начало которой совпадает с ребром призмы (1) (рисунок 1.1). В данной системе ось вращения при исходном положении ПС имеет координаты  $x_r = \Delta x$ ,  $y_r = \Delta y$ . Поворот ПС на угол  $\varphi$  ( $\varphi = 0$  соответствует исходному положению установки,  $\varphi > 0$  при вращении ПС по часовой стрелке), в соответствии с законом преломления Снеллиуса, сопровождается изменением положения оси светового пучка в призме и на ее выходе. Ось пучка и грани ПС в ее повернутом на угол  $\varphi$  положении изображены на рисунке 1.1 сплошными линиями.

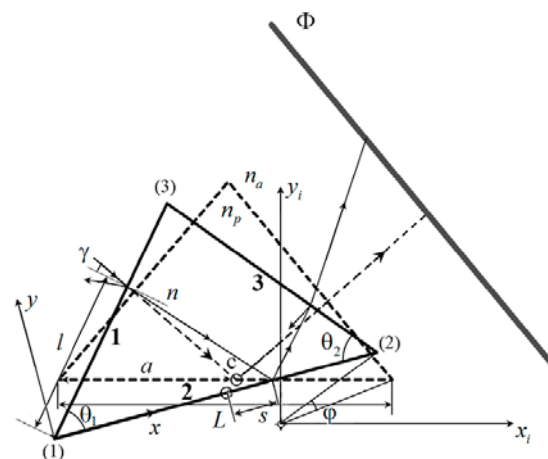


Рисунок 1.1 – Схема вращения призмы связи при измерении ее отражательной способности и сопутствующие системы координат

Заметим, что на рисунке 1.1 не рассматривается многократное внутреннее отражение света на гранях ПС. Соответствующий анализ представлен ниже.

Искомой является полная отражательная способность ПС  $\eta_3 = P_3 P_0^{-1}$ . Здесь  $P_3$  – мощность

излучения, вышедшего из ПС через ее выходную грань и регистрируемая фотоприемником  $\Phi$ ,  $P_0$  – мощность светового пучка, падающего на входную грань ПС. В дальнейшем нам понадобятся также величины  $\eta_1 = P_1 P_0^{-1}$  и  $\eta_2 = P_2 P_0^{-1}$ . Здесь  $P_1$  – суммарная мощность излучения, отраженного от входной грани ПС и вышедшего через эту грань в окружающее пространство в результате внутренних отражений излучения в ПС,  $P_2$  – мощность излучения, вышедшая из ПС через ее основание.

Для обсуждаемых измерений характерно условие  $k_0 w \gg 1$ , где  $k_0 = 2\pi/\lambda$  – волновое число вакуума,  $w$  – радиус светового пучка, поступающего на вход ПС. При данном условии расчет величин  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $\eta_3$  может быть выполнен в двумерном лучевом приближении [10]. Для соответствующих вычислений мы будем использовать систему координат  $Oxy$  (рисунок 1.1).

Рассмотрим отражение светового луча от боковой грани ПС с номером  $j$ . Показатели преломления разделенных гранью сред  $n_1$  и  $n_2$  могут принимать значения  $n_p$ , либо  $n_a$  в зависимости от того, из какой среды падает луч.

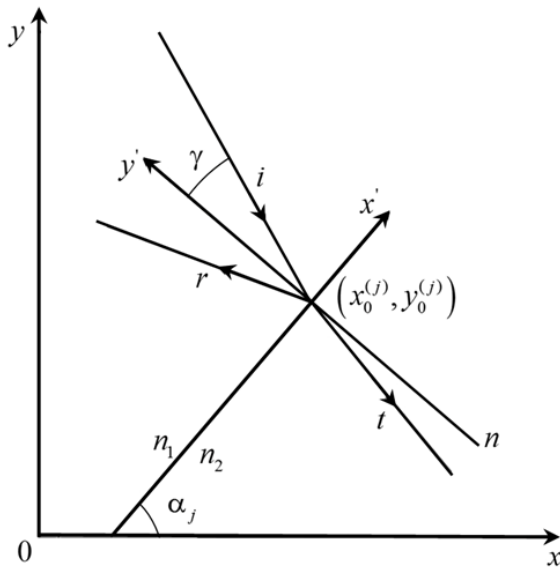


Рисунок 1.2 – Отражение светового луча от боковой грани ПС и вспомогательные системы координат

Пусть грань описывается уравнением

$$y = a_j x + b_j \quad (1.1)$$

и составляет угол  $\alpha_j$  с осью  $Ox$ . Уравнение падающего луча  $i$  имеет вид

$$y = A_i x + B_i. \quad (1.2)$$

Данный луч пересекает грань в точке с координатами

$$\begin{aligned} x &= x_0^{(j)} = -(B_i - b_j)(A_i - a_j)^{-1}, \\ y &= y_0^{(j)} = A_i x_0^{(j)} + B_i. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Введем собственную систему координат грани  $Ox'y'$  с началом в точке  $(x_0^{(j)}, y_0^{(j)})$  и осью  $Oy'$ , совпадающей с нормалью  $n$  к грани и направленной в сторону среды, из которой падает луч (рисунок 1.2).

Координаты любой точки в исходной и вновь введенной системах координат связаны преобразованиями поворота [12]:

$$\begin{cases} x' = (x - x_0^{(j)}) \cos \alpha_j + (y - y_0^{(j)}) \sin \alpha_j, \\ y' = (x - x_0^{(j)}) \sin \alpha_j + (y - y_0^{(j)}) \cos \alpha_j, \end{cases} \quad (1.4)$$

$$\begin{cases} x - x_0^{(j)} = x' \cos \alpha_j - y' \sin \alpha_j, \\ y - y_0^{(j)} = x' \sin \alpha_j + y' \cos \alpha_j. \end{cases} \quad (1.5)$$

Согласно (1.5), уравнение (1.2) может быть записано в виде

$$y' = (A_i - a_j)(A_i a_j + 1)^{-1} x', \quad (1.6)$$

где  $a_j = \tan \alpha_j$ . В соответствии с (1.6) и рисунком 1.2, тангенс угла падения луча на рассматриваемую грань равен

$$\tan \gamma = (A_i a_j + 1)(A_i - a_j)^{-1}. \quad (1.7)$$

В (1.7) предполагается, что положительные значения  $\gamma$  соответствуют повороту луча  $i$  относительно оси  $Oy'$  по часовой стрелке (рисунок 1.2).

Поскольку угол падения луча на грань отличается от угла отражения луча знаком, уравнение отраженного луча  $r$  имеет вид

$$y' = -(A_i - a_j)(A_i a_j + 1)^{-1} x'. \quad (1.8)$$

Преобразование этого уравнения к системе координат  $Oxy$  осуществляется путем подстановки (1.4) в (1.8):

$$y = A_r x + B_r. \quad (1.9)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_r &= \frac{2a_j - A_i + A_i a_j^2}{1 + 2A_i a_j - a_j^2}, \\ B_r &= B_i + \frac{2x_0^{(j)}(A_i - a_j)(1 + A_i a_j)}{1 + 2A_i a_j - a_j^2}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Уравнение преломленного луча  $t$  может быть найдено аналогичным образом. С учетом закона Снеллиуса и преобразований (1.4), (1.5) это уравнение может быть представлено в форме

$$y = A_t x + B_t, \quad (1.11)$$

$$A_t = \frac{a_j + \bar{A}_t}{1 - a_j \bar{A}_t}, \quad \bar{A}_t = -\frac{\sqrt{n_2^2 + (n_2^2 - n_1^2) \tan^2 \gamma}}{n_1 \tan \gamma},$$

$$B_t = y_0^{(j)} - A_t x_0^{(j)}. \quad (1.12)$$

Уравнение (1.11) имеет смысл только при выполнении неравенства

$$n_2^2 + (n_2^2 - n_1^2) \tan^2 \gamma \geq 0, \quad (1.13)$$

означающего, что отражение света не является полным внутренним. При нарушении (1.13) полупрямая (1.11) вырождается в точку с координатами  $x = x_0^{(j)}$ ,  $y = y_0^{(j)}$ .

Отражательная ( $\rho_j$ ) и пропускательная ( $\tau_j$ ) способности боковой грани ПС ( $j=1$ , либо  $j=3$ ) могут быть рассчитаны по формулам [13]

$$\rho_j = (1 - p\bar{A}_t \operatorname{tg} \gamma)^2 (1 + p\bar{A}_t \operatorname{tg} \gamma)^{-2},$$

$$\tau_j = 4p\bar{A}_t \operatorname{tg} \gamma (1 + p\bar{A}_t \operatorname{tg} \gamma)^{-2}, \quad (1.14)$$

где  $p=1$  и  $p=n_1^2 n_2^{-2}$  для волн ТЕ и ТМ поляризации, соответственно. Выражения (1.14) определены при выполнении (1.13). При нарушении (1.13)  $\rho_j = 1$ ,  $\tau_j = 0$ .

При рассмотрении отражения луча от основания ПС уравнения (1.1)–(1.10) сохраняют силу, а отражательная и пропускательная способности  $\rho_2$  и  $\tau_2$  могут быть найдены при помощи рекуррентных соотношений.

Действительно, пусть исследуемая структура состоит из  $m$  однородных слоев с показателями преломления и поглощения  $n^{(j)}$  и  $k^{(j)}$  и толщинами  $d_j$ . Слои находятся на подложке с показателями преломления и поглощения  $n_s$  и  $k_s$ . Тогда при использовании ТЕ волн имеем [14]

$$\rho_2 = \left| (i\psi_{m+1} k_{yp} - \psi'_{m+1}) (i\psi_{m+1} k_{yp} + \psi'_{m+1})^{-1} \right|^2. \quad (1.15)$$

Здесь  $k_{yp} = \sqrt{n_p^2 - \beta^2}$ ,

$$\beta = -n_p \operatorname{tg} \gamma (1 + \operatorname{tg}^2 \gamma)^{-0.5}, \quad (1.16)$$

$\gamma$  – угол падения луча на основание ПС. В частном случае, когда речь идет об отражении от основания ПС луча, прошедшего входную грань ПС, выражение (1.16) может быть приведено к виду

$$\beta = \beta_0 = k_z k_0^{-1} = \sin \theta_1 \sqrt{n_p^2 - n_a^2 \sin^2 \varphi} - n_a \cos \theta_1 \sin \varphi, \quad (1.17)$$

где  $k_z$  имеет смысл  $z$  – составляющей волнового вектора луча, прошедшего входную грань ПС. Коэффициенты  $\psi_{m+1}$  и  $\psi'_{m+1}$  рассчитываются по рекуррентным формулам

$$\psi_{j+1} = \psi_j \cos(\sigma_j k_0 d_j) + \psi'_j \sigma_j^{-1} \sin(\sigma_j k_0 d_j), \quad (1.18)$$

$$\psi'_{j+1} = -\psi_j \sigma_j \sin(\sigma_j k_0 d_j) + \psi'_j \cos(\sigma_j k_0 d_j), \quad (1.19)$$

$$\psi_1 = 1, \quad \psi'_1 = i\sigma_s, \quad (1.20)$$

$$\sigma_j = \sqrt{\varepsilon_j - \beta^2}, \quad \varepsilon_j = (n^{(j)} - ik^{(j)})^2, \quad \sigma_s = \sqrt{\varepsilon_s - \beta^2},$$

$$\varepsilon_s = (n_s - ik_s)^2.$$

Для ТМ волн соотношения, аналогичные (1.15), (1.18)–(1.20), имеют вид [14]

$$\rho_2 = \left| (i\psi_{m+1} k_{yp} - \psi'_{m+1} n_p^{-2}) \times \right. \\ \left. \times (i\psi_{m+1} k_{yp} + \psi'_{m+1} n_p^{-2})^{-1} \right|^2, \quad (1.21)$$

$$\psi_{j+1} = \psi_j \cos(\sigma_j k_0 d_j) + \psi'_j \varepsilon_j^{-1} \sin(\sigma_j k_0 d_j), \quad (1.22)$$

$$\psi'_{j+1} = -\psi_j \sigma_j \varepsilon_j^{-1} \sin(\sigma_j k_0 d_j) + \psi'_j \cos(\sigma_j k_0 d_j), \quad (1.23)$$

$$\psi_1 = 1, \quad \psi'_1 = i\sigma_s \varepsilon_s^{-1}. \quad (1.24)$$

Пропускательная способность основания ПС может быть оценена по формуле  $\tau_2 = 1 - \rho_2$ , вытекающей из закона сохранения энергии.

Полная отражательная способность ПС может быть найдена путем рассмотрения последовательного отражения луча на гранях призмы. В этом случае луч, прошедший входную грань призмы, отождествляется с лучом, падающим на основание призмы. Поскольку уравнения лучей (1.2), (1.9) и (1.11) заданы в единой системе координат  $0xy$ , для указанных лучей  $A_i = A_i$ ,

$B_i = B_i$ . Аналогично, в ходе последовательных внутренних отражений луча на гранях призмы луч, отраженный от предыдущей грани с номером  $j'$ , отождествляется с лучом, падающим на следующую грань с номером  $j$  ( $j' \neq j$ ). В результате  $A_i = A_r$ ,  $B_i = B_r$ , где  $A_r$  и  $B_r$  рассчитываются по формулам (1.10), в которых вместо  $j$  фигурирует  $j'$ . Номер  $j$  находится из условия  $0 < x_0^{(j)} < L$  и требования, чтобы модуль  $|x_0^{(j)} - x_0^{(j')}|$  достигал минимума относительно  $j$ .

В системе координат  $0xy$  параметры грани ПС фиксированы:

$$a_1 = \operatorname{tg} \theta_1, \quad b_1 = 0;$$

$$a_2 = 0, \quad b_2 = 0;$$

$$a_3 = a \sin \theta_1 (a \cos \theta_1 - L)^{-1}, \quad b_3 = -a_3 L, \quad (1.25)$$

а вращение ПС приводит лишь к модификации уравнения луча, падающего на ПС. В соответствии с рисунком 1.1, в системе координат  $0x_i y_i$  это уравнение имеет вид

$$y_i = A_0 x_i + B_0, \quad (1.26)$$

где

$$A_0 = -(\operatorname{tg} \theta_1)^{-1}, \quad B_0 = -A_0 (\Delta y + a - \Delta x). \quad (1.27)$$

Для приведения уравнения (1.26) к системе координат  $0xy$  следует учесть, что в ходе вращения ПС координаты ребра (1) (рисунок 1.1), равные  $x_i^{(1)}$  и  $y_i^{(1)}$ , изменяются в соответствии с выражениями

$$x_i^{(1)} = -\Delta x \cos \varphi + \Delta y \sin \varphi,$$

$$y_i^{(1)} = -\Delta x \sin \varphi - \Delta y \cos \varphi. \quad (1.28)$$

Это означает, что переход от системы координат  $0x_i y_i$  к системе  $0xy$  осуществляется преобразованием трансляции начала координат и преобразованием поворота координатных осей на угол  $\varphi$ . Тогда аналогично (1.4) получаем

$$x_i = x_i^{(1)} + x \sin \varphi + y \cos \varphi,$$

$$y_i = y_i^{(1)} + x \cos \varphi - y \sin \varphi. \quad (1.29)$$

Подстановка (1.29) в (1.26) дает уравнение падающего луча (1.2), где

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{A_0 \cos \varphi - \sin \varphi}{\cos \varphi + A_0 \sin \varphi}, \\ B_i &= \frac{A_0 x_i^{(1)} - y_i^{(1)} + B_0}{\cos \varphi + A_0 \sin \varphi}. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Заметим, что из выражений (1.27) и (1.30) можно легко получить соотношение между углом падения возбуждающего пучка на входную грань ПС  $\gamma$  и углом поворота ПС  $\varphi$ . Действительно, в соответствии с (1.27) и (1.30)

$$A_i = \frac{-(\operatorname{tg} \theta_1)^{-1} A_0 \cos \varphi - \sin \varphi}{\cos \varphi - (\operatorname{tg} \theta_1)^{-1} \sin \varphi} = \frac{1}{\operatorname{tg}(\varphi - \theta_1)}. \quad (1.31)$$

Подставляя (1.31) в (1.7) и принимая во внимание (1.27), заключаем, что

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\operatorname{tg} \theta_1 + \operatorname{tg}(\varphi - \theta_1)}{1 - \operatorname{tg} \theta_1 \operatorname{tg}(\varphi - \theta_1)} = \operatorname{tg}(\varphi - \theta_1 + \theta_1) = \operatorname{tg} \varphi.$$

То есть, острые углы  $\gamma$  и  $\varphi$  равны (как уже отмечалось, положительным считается угол падения пучка на входную грань ПС, отсчитанный от внешней нормали к грани по часовой стрелке).

Величины  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $\eta_3$  могут быть рассчитаны по формулам

$$\eta_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \eta_i^{(k)}, \quad (1.32)$$

$$\begin{aligned} \eta_i^{(k)} &= \delta_{k1} \rho_1^{(0)} + H(n_i^{(k)} - 1) \tau_1^{(0)} \tau_k^{(n_i^{(k)})} \times \\ &\times \exp(-2k_p k_0 D_i^{(k)}) \prod_{j=1}^{n_i^{(k)} - 1} \rho_m^{(j)}. \end{aligned} \quad (1.33)$$

Здесь  $n$  – число пересечений лучом  $k$ -й грани ПС,  $\delta_{k1}$  – символ Кронекера, функция Хэвисайда  $H(x) = 0$  при  $x \leq 0$ ,  $H(x) = 1$  при  $x > 0$ ,  $i$  – порядковый номер пресечения лучом  $k$ -й грани ПС в процессе его распространения внутри ПС,  $D_i^{(k)}$  – расстояние, пройденное при этом лучом,  $n_i^{(k)} - 1$  – число отражений луча на гранях ПС, произошедших за время от его входа в ПС до данного пересечения,  $\rho_m^{(j)}$  и  $\tau_m^{(j)}$  – отражательная и пропускательная способности  $m$ -й грани ПС, на которой луч испытал  $j$ -е внутреннее отражение,  $\rho_1^{(0)}$  и  $\tau_1^{(0)}$  – отражательная и пропускательная способности входной грани ПС для луча, падающего на нее из окружающей среды.

Согласно (1.32), полная отражательная способность ПС определяется всеми лучами, пересекающими выходную грань ПС (эти лучи могут испытывать либо частичное, либо полное внутреннее отражение на данной грани). Луч из этого множества, соответствующий номеру  $i$ , назовем лучом  $i$ -го порядка.

Заметим, что, строго говоря, запись (1.32) предполагает, что расстояния  $D_i^{(k)}$  при всех  $i$

превосходят длину когерентности излучения. Практически же это ограничение не существенно, т. к. лучи различных порядков, выходящие из ПС, пространственно не перекрываются (см. раздел 2). Не влияет оно и на представленное в разделе 2 решение задачи об оптимальном выборе углов ПС.

Аналитическое суммирование рядов (1.32) затруднительно. Тем не менее, построение траектории луча в ПС и одновременное вычисление рядов (1.32) могут быть выполнены численно на основании полученных выше соотношений. Соответствующие результаты представлены в следующем разделе.

## 2 Оптимизация ПС

Основной практический интерес представляет оптимальный выбор углов при основании ПС и расположения оси вращения ПС.

Как известно, угол  $\theta_1$  и диапазон углов вращения ПС  $\varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max}$  определяются диапазоном изменения постоянных распространения мод исследуемой структуры, или неравенством  $(\beta_0)_{\min} \leq \beta_0 \leq (\beta_0)_{\max}$  [3]. Пусть в исходном положении измерительной установки ( $\varphi = 0$ )  $\beta_0 = \bar{\beta}_0 = 0.5[(\beta_0)_{\min} + (\beta_0)_{\max}]$ . Тогда, согласно (1.17),

$$\theta_1 = \arcsin(\bar{\beta}_0 n_p^{-1}), \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{\min} &= \arcsin \left[ n_a^{-1} \left( \sqrt{n_p^2 - \beta_{0\max}^2} \sin \theta_1 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \beta_{0\max} \cos \theta_1 \right) \right], \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{\max} &= \arcsin \left[ n_a^{-1} \left( \sqrt{n_p^2 - \beta_{0\min}^2} \sin \theta_1 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \beta_{0\min} \cos \theta_1 \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Критерием оптимального выбора положения оси вращения ПС, т. е. параметров  $\Delta x$  и  $\Delta y$ , является условие минимума сдвига точки ввода излучения в исследуемую структуру при вращении ПС. Его выполнение необходимо для стабилизации эффективности ввода излучения в исследуемую структуру в процессе измерений [3].

В настоящее время оптимальными принято считать значения  $\Delta x$  и  $\Delta y$ , определяемые в результате геометрических построений, предложенных в широко цитируемой работе [3]. Можно показать, что формально эти построения эквивалентны соотношениям

$$\Delta y = \operatorname{tg} \theta_1 (\Delta x - a n_p^{-1}), \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \Delta x &= a [\sin^2 \theta_1 + \cos \theta_1 (n_p \cos \theta_1 + \\ &\quad + \operatorname{sign}(\varphi) \sin \theta_1)] n_p^{-1}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

С позиций же рассматриваемой теории сдвиг точки ввода при вращении ПС равен  $s = x_0^{(2)} - a$ , где  $x_0^{(2)}$  определяется по формуле

(1.3), в которой  $A_i = A_t$ ,  $B_i = B_t$ , а  $A_t$  и  $B_t$  рассчитываются на основании (1.3), (1.7), (1.12), (1.27) при  $j = 1$ ,  $A_t = A_0$ ,  $B_t = B_0$ . После преобразований получаем:

$$s = \frac{l \sqrt{n_p^2 n_a^{-2} - \sin^2 \varphi}}{\sin \theta_1 \sin \varphi + \cos \theta_1 \sqrt{n_p^2 n_a^{-2} - \sin^2 \varphi}} - a, \quad (2.6)$$

где

$$l = \left\{ a \cos \theta_1 - 2 \sin \left( \frac{\varphi}{2} \right) \left[ \Delta y \cos \left( \frac{\varphi}{2} - \theta_1 \right) + \Delta x \sin \left( \frac{\varphi}{2} - \theta_1 \right) \right] \right\} (\cos \varphi)^{-1} \quad (2.7)$$

– расстояние от ребра (1) ПС до точки пересечения падающего на ПС луча с ее входной гранью (рисунок 1.1).

Из (2.6) очевидно, что обеспечить строгое равенство  $s(\varphi) \equiv 0$  за счет выбора  $\Delta x$  и  $\Delta y$  невозможно. Тем не менее, можно минимизировать  $|s(\varphi)|$  по указанным параметрам, предполагая, что  $\varphi \rightarrow 0$ . С этой целью в ряде Тейлора

$$s(\varphi) = \left( \frac{ds}{d\varphi} \right)_{\varphi=0} \varphi + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2 s}{d\varphi^2} \right)_{\varphi=0} \varphi^2 + \dots$$

следует потребовать, чтобы  $(ds/d\varphi)_{\varphi=0} = 0$ . Согласно (2.6), последнее уравнение удовлетворяется при условии

$$\Delta y = \operatorname{tg} \theta_1 (\Delta x - a n_a n_p^{-1}). \quad (2.8)$$

В случае, когда световой пучок падает на ПС из воздуха ( $n_a \rightarrow 1$ ) выражение (2.8) переходит в (2.4). Однако в отличие от решения (2.4), (2.5)  $\Delta x$  в (2.8) может быть произвольным. В такой ситуации естественно выбрать оптимальное решение на множестве (2.8), отыскивая минимум функции

$$I_s(\Delta x) = \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} s^2(\varphi) d\varphi.$$

Интеграл  $I_s(\Delta x)$  допускает численное исследование. Для его проведения конкретизируем параметры ПС. Здесь и далее будем считать, что  $\lambda = 0,6328$  мкм,  $n_a = 1$ ,  $n_p = 1,9645$ ,  $k_p = 0$ , (призма из галлий-гадолиниевого граната)  $(\beta_0)_{\min} = 1,5$ ,  $(\beta_0)_{\max} = 1,8$ ,  $L = 8000$  мкм,  $a = 2000$  мкм. Тогда, в соответствии с (2.1)–(2.3),  $\theta_1 = 57,13^\circ$ ,  $\varphi_{\min} = -18,42^\circ$ ,  $\varphi_{\max} = 14,56^\circ$ .

График функции  $I_s(\Delta x)$  приведен на рисунок 2.1. Как видно, он имеет выраженный минимум, которому соответствуют оптимальные  $\Delta x = 1261$  мкм,  $\Delta y = 379$  мкм. Для сравнения, в приближении (2.4), (2.5)  $\Delta x = 843$  мкм,  $\Delta y = -271$  мкм.

Эффективность полученного решения иллюстрирует рисунок 2.2, на котором сопоставлены зависимости  $s(\varphi)$ , рассчитанные при трех различных положениях оси вращения ПС. Кривая 0 соответствует часто используемой в экспериментах конфигурации, в которой ось вращения ПС совмещена с точкой ввода излучения в исследуемую структуру при  $\varphi = 0$ . Согласно рисунку 2.2, такая конфигурация с позиций стабилизации точки ввода далеко не оптимальна. При использовании решения (2.4), (2.5) (кривая 1) ситуация улучшается, однако на краях диапазона изменения  $\varphi$   $|s(\varphi)|$  достигает заметных значений. В частности,  $s(\varphi_{\min}) = 86,7$  мкм. Наиболее стабильна точка ввода при найденном нами решении оптимизационной задачи (кривая 2). В данном случае  $|s(\varphi)| \leq |s(\varphi_{\min})| = 15,8$  мкм.

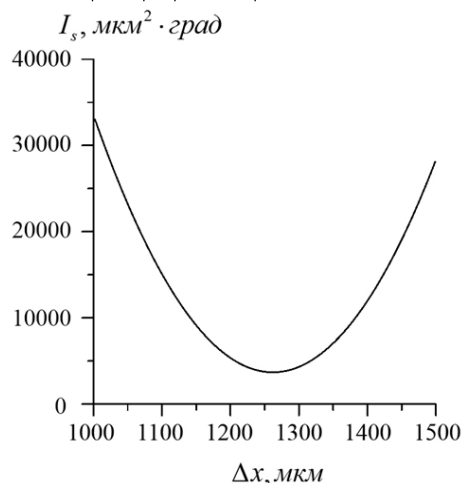


Рисунок 2.1 – Зависимость  $I_s(\Delta x)$  для оптимизационного решения (2.8)

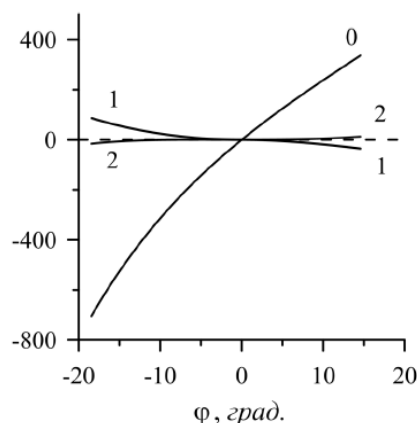


Рисунок 2.2 – Зависимости сдвига точки ввода луча в исследуемую структуру от угла поворота ПС при различных положениях оси вращения ПС. Кривая 0 –  $\Delta x = 2000$  мкм,  $\Delta y = 0$  мкм; 1 –  $\Delta x = 843$  мкм,  $\Delta y = -271$  мкм при  $\varphi < 0$ ,  $\Delta x = 1771$  мкм,  $\Delta y = 1166$  мкм при  $\varphi > 0$ , 2 –  $\Delta x = 1261$  мкм,  $\Delta y = 379$  мкм. Штриховая линия – нулевой уровень  $s$ .

Как известно, успех решения обратных оптических задач определяется простотой алгоритма обработки экспериментальных данных [15]. Исходя из соображений предельной простоты такого рода алгоритма, угол  $\theta_2$  естественно выбрать из критерия минимизации влияния многократных отражений света внутри ПС на измеряемую отражательную способность ПС. При таком выборе становится оправданной простейшая модель описания отражательной способности ПС, в которой учитываются только однократные отражения света от граней ПС.

Дополнительным аргументом в пользу данного критерия является возможность предварительной калибровки ПС, устраняющей проблему построения аппаратной функции фотоприемника с учетом изменения углов и точек падения на фотоприемник выходящих из ПС лучей различных порядков в процессе вращения ПС.

Действительно, сигнал, снимаемый с фотоприемника при исследовании слоистой структуры, может быть представлен в виде

$$J(\varphi) = P_0 \sum_{i=1}^{\infty} H_i(\varphi) \eta_i^{(3)}(\varphi), \quad (2.9)$$

где  $H_i(\varphi)$  – аппаратная функция фотоприемника для падающего на него луча  $i$ -го порядка. Поскольку лучи различных порядков падают на фотоприемник под разными углами, функции  $H_i(\varphi)$  с разными номерами  $i$ , вообще говоря, не совпадают. Если ПС не контактирует с исследуемой структурой (в (1.18), (1.19), (1.22), (1.23)  $d_m \rightarrow \infty$ ,  $n^{(m)} = n_a$ ), то в (2.9) будут фигурировать другие функции  $\eta_i^{(3)}(\varphi)$ , которые мы обозначим через  $\eta_i^{(3)}(\varphi)$ . Тогда (2.9) примет вид

$$J'(\varphi) = P_0 \sum_{i=1}^{\infty} H_i(\varphi) \eta_i^{(3)}(\varphi). \quad (2.10)$$

Для исключения из рассмотрения мощности  $P_0$  составим отношение

$$Z(\varphi) = \frac{J(\varphi)}{J'(\varphi)} = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} H_i(\varphi) \eta_i^{(3)}(\varphi)}{\sum_{i=1}^{\infty} H_i(\varphi) \eta_i^{(3)}(\varphi)}. \quad (2.11)$$

В приближении однократных отражений света от граней ПС суммы в числителе и знаменателе правой части выражения (2.11) содержат только одно слагаемое с  $i = 1$ . Тогда согласно (2.9), (2.10)

$$Z(\varphi) = \rho_2^{(1)}(\varphi) [\rho_2^{(1)}(\varphi)]^{-1}, \quad (2.12)$$

где  $\rho_2^{(1)}(\varphi)$  и  $\rho_2^{(1)}(\varphi)$  – отражательные способности основания ПС при наличии и отсутствии исследуемой слоистой среды, соответственно. Последняя из указанных функций допускает аналитический расчет на основании (1.14).

Заметим, что если выполняется обычное для волноводной спектроскопии условие  $\beta_0 > n_a$  [3]–

[5], то учитывая (1.16), где  $\beta = \beta_0$ , заключаем, что неравенство (1.13) при отражении луча от основания ПС является нарушенным. Это означает, что  $\rho_2^{(1)}(\varphi) \equiv 1$ ,  $Z(\varphi) = \rho_2^{(1)}(\varphi)$ .

Из (2.12) следует, что в приближении однократного отражения света от граней ПС отражательная способность основания ПС допускает непосредственное определение. Для этого надо измерить сигналы  $J(\varphi)$  и  $J'(\varphi)$  и взять их отношение. Последующее восстановление параметров исследуемой структуры методом наименьших квадратов сводится к минимизации целевой функции [10]

$$F(p_1, \dots, p_l) = \sum_{k=1}^N [\rho_2^{(1)}(\beta_0^{(k)}) - \rho_2(\beta_0^{(k)}, p_1, \dots, p_l)]^2, \quad (2.13)$$

здесь  $\rho_2^{(1)}(\beta_0^{(k)})$  – экспериментальные данные для отражательной способности основания ПС, найденные из (2.12) при  $N$  углах поворота ПС  $\varphi = \varphi_k$ ,  $\rho_2(\beta_0^{(k)}, p_1, \dots, p_l)$  – теоретическая модель отражательной способности основания ПС, зависящая от параметров исследуемой многослойной структуры  $p_j$ . При записи (2.13) вместо угла  $\varphi$  использована более удобная для выкладок переменная  $\beta_0$  ( $\beta_0^{(k)}$  есть  $\beta_0$  при  $\varphi = \varphi_k$ , см. (1.17)).

Для количественного учета многократных отражений света от граней ПС надо использовать общее выражение (2.11). С целью исключения из (2.11) неизвестных функций  $H_i(\varphi)$  примем приближение, в котором эти функции не зависят от номера луча  $i$ . Это приближение может быть оправдано при использовании фотоприемника с матированной поверхностью, как это имеет место в установке Model 2010/M Prism Coupler, либо при использовании интегрирующей сферы [16]. Тогда (2.11) преобразуется к виду

$$Z(\varphi) = \eta_3(\varphi) [\eta_3'(\varphi)]^{-1}, \quad (2.14)$$

где  $\eta_3(\varphi)$  и  $\eta_3'(\varphi)$  – полные отражательные способности ПС, контактирующей и не контактирующей с исследуемой слоистой средой, соответственно.

В дальнейшем для моделирования эксперимента мы будем использовать в качестве левой части выражения (2.12) функцию  $Z(\varphi)$ , рассчитанную на основании (2.14).

Влияние многократных отражений света на отражательную способность ПС при различных углах призмы  $\theta_2$  иллюстрируют рисунки 2.3–2.5 и таблица 2.1. Вычисления выполнены на основе соотношений, полученных в предыдущем разделе. Рассмотрено возбуждение волнами ТЕ поляризации структуры, отделенной от ПС воздушным буферным слоем и состоящей из двух слоев оксинитрида кремния с различным процентным составом кислорода, последовательно нанесенных



на кремниевую подложку. Параметры структуры имеют следующие значения:  $m = 3$ ,  $n^{(3)} = n_a = 1$ ,  $k^{(3)} = k_a = 0$ ,

$$\begin{aligned} p_1 = d_1 = 1,1 \text{ мкм}, \quad p_2 = d_2 = 1 \text{ мкм}, \\ p_3 = d_3 = 0,1 \text{ мкм}, \quad p_4 = n^{(1)} = 1,542, \\ p_5 = n^{(2)} = 1,8, \quad p_6 = k^{(1)} = 3 \cdot 10^{-4}, \\ p_7 = k^{(2)} = 5 \cdot 10^{-6}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

При расчетах использованы найденные выше значения  $\theta_1$ ,  $\varphi_{\min}$ ,  $\varphi_{\max}$  и оптимальные  $\Delta x = 1261 \text{ мкм}$ ,  $\Delta y = 379 \text{ мкм}$ .

На рисунке 2.3 представлены траектории луча в двух ПС с одинаковыми углами  $\theta_1 = 57,13^\circ$ , но различными углами  $\theta_2$ . Учтены трехкратные отражения луча от выходной грани ПС. Траектории относятся к углу  $\varphi = -7,756^\circ$ , при котором

происходит резонансное возбуждение первой высшей моды исследуемой слоистой структуры. Линии, пересекающие боковые грани ПС и расположенные вне ПС имеют смысл лучей, отраженного и вышедших из входной грани ПС и лучей, вышедших из выходной грани ПС. В случае  $\theta_2 = 57,13^\circ$  за выходной гранью ПС имеются лучи 1, 2 и 3-го порядков, тогда как при  $\theta_2 = 77,6^\circ$  такой луч всего один. Это луч 1-го порядка, поскольку лучи 2-го и 3-го порядков испытывают на выходной грани ПС полное внутреннее отражение.

На рисунке 2.4 сопоставлены результаты расчета функции  $\eta_3(\varphi)$  вида (1.32) при  $n = 1$  (однократное отражения луча на гранях ПС) и при  $n \rightarrow \infty$ .

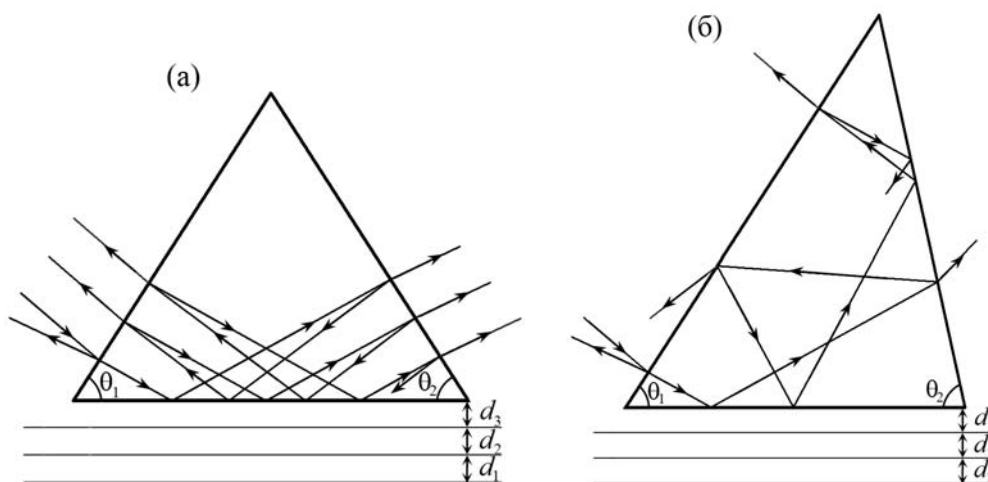


Рисунок 2.3 – Траектории луча в ПС при  $\theta_2 = 57,13^\circ$  (равнобедренная призма) (а) и  $\theta_2 = 77,6^\circ$  (б).

Горизонтальные линии под ПС – исследуемая структура

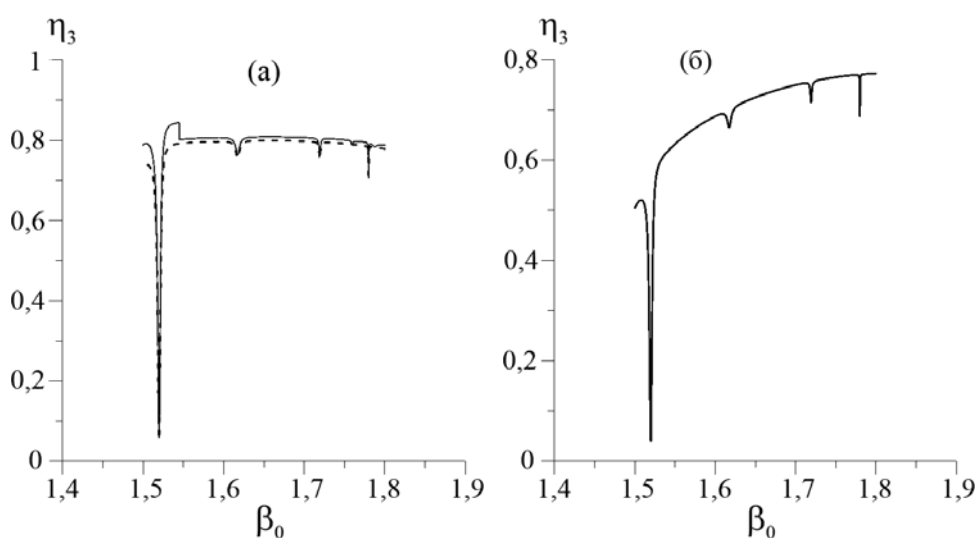


Рисунок 2.4 – Отражательные способности ПС, контактирующей с исследуемой двухслойной структурой при  $\theta_2 = 57,13^\circ$  (а) и  $\theta_2 = 77,6^\circ$  (б). Сплошные кривые соответствуют  $n \geq 3$ , штриховые кривые –  $n = 1$  (на рисунке 2.4 (б) сплошная и штриховая кривые в масштабах рисунка не различимы)



Внутреннюю сходимость рядов (1.32) иллюстрирует таблица 2.1. В ней  $n$  – число внутренних отражений луча от выходной грани ПС (это верхний предел суммы  $\eta_3$ ). Верхними пределами сумм  $\eta_1$  и  $\eta_2$  служат числа отражений луча от входной грани и основания ПС, произошедших за время от входа луча в ПС до  $n$ -го отражения луча от выходной грани ПС. Сумма  $\eta_1 + \eta_2 + \eta_3$  позволяет судить о сходимости рядов по балансу мощности излучения (значение 1,0 в таблице означает, что  $1 - \eta_1 - \eta_2 - \eta_3 < 0,5 \cdot 10^{-6}$ ). Значение  $d_3 = \infty$  отвечает ситуации, в которой ПС не контактирует с исследуемой структурой.

Таблица 2.1 – Влияние числа учитываемых отражений луча от выходной грани ПС на полную отражательную способность ПС при  $\varphi = -7,756^\circ$

$\theta_2$	$d_3, \text{мкм}$	$n$	$\eta_3$	$\eta_1 + \eta_2 + \eta_3$
$57,13^\circ$	$\infty$	1	0,79594	0,90379
		2	0,80520	0,99888
		3	0,80530	0,99999
		6	0,80531	1,0
	0,1	1	0,75204	0,90909
		2	0,76030	0,99900
		3	0,76039	0,99999
		6	0,76039	1,0
$77,6^\circ$	$\infty$	1	0,75743	0,86527
		2	0,75743	0,97307
		3	0,75743	0,99710
		6	0,75784	1,0
	0,1	1	0,71565	0,87270
		2	0,71565	0,95690
		3	0,71565	0,99535
		6	0,71605	1,0

Согласно таблице 2.1, по-существу стопроцентная сходимость рядов (1.32) имеет место, если  $n \geq 3$ . При  $\theta_2 = 57,13^\circ$  значения  $\eta_3$ , соответствующие  $n=1$  и  $n \geq 3$ , заметно отличаются, а при  $\theta_2 = 77,6^\circ$  аналогичные  $\eta_3$  практически совпадают.

Рисунки 2.3, 2.4 и таблица 2.1 позволяют заключить, что существует оптимальный выбор угла  $\theta_2$ , при котором эффект полного внутреннего отражения лучей высших порядков на выходной грани ПС делает оправданным использование приближения однократного отражения света от граней ПС. Заметим, что соответствующий угол  $\theta_2$  отличается от  $\theta_1$ , т. е. оптимальная ПС не является равнобедренной.

Более полную информацию для выбора оптимального угла  $\theta_2$  дает рисунок 2.5. Здесь

$$\overline{\Delta\eta_3}(\theta_2) = \frac{1}{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}} \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} [\eta_3(\varphi) - \eta_1^{(3)}(\varphi)] d\varphi$$

– среднее по диапазону угла вращения ПС отклонение полной отражательной способности ПС от отражательной способности ПС, найденной в приближении однократного отражения луча от граней ПС. Функция  $\eta_1^{(3)}(\varphi)$  рассчитывается на основании (1.33), а  $\eta_3(\varphi)$  – на основании (1.32) при  $n \geq 3$ . Диапазон  $(\theta_2)_{\min} \leq \theta_2 \leq (\theta_2)_{\max}$  определяется из условия, что луч первого порядка на выходе ПС порождается непосредственно лучом, падающим на входную грань ПС. В соответствии с (1.13), (1.25), (2.7) и рисунками 1.1, 1.2

$$(\theta_2)_{\min} = \max[(\theta_2)_{\min}^{(1)}, (\theta_2)_{\min}^{(2)}],$$

$$(\theta_2)_{\max} = \min[(\theta_2)_{\max}^{(1)}, (\theta_2)_{\max}^{(2)}], \quad (2.16)$$

$$(\theta_2)_{\min}^{(1)} = \arccos\left(\frac{n_a}{n_p}\right) - \arccos\left(\frac{\beta_{0\max}}{n_p}\right),$$

$$(\theta_2)_{\max}^{(1)} = \arccos\left(-\frac{n_a}{n_p}\right) - \arccos\left(\frac{\beta_{0\min}}{n_p}\right),$$

$$(\theta_2)_{\min}^{(2)} = \arctg\left[\frac{l \operatorname{tg} \theta_1}{L\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_1} - l}\right],$$

$$(\theta_2)_{\max}^{(2)} = \arctg\left[\frac{a\sqrt{n_p^2 - \beta_{0\min}^2} \operatorname{tg} \theta_1}{(L - a)\sqrt{n_p^2 - \beta_{0\min}^2} - L\beta_{0\min} \operatorname{tg} \theta_1}\right].$$

Подставляя в (2.16) найденные выше значения параметров, получаем:  $(\theta_2)_{\min} = 35,84^\circ$ ,  $(\theta_2)_{\max} = 80,32^\circ$ .

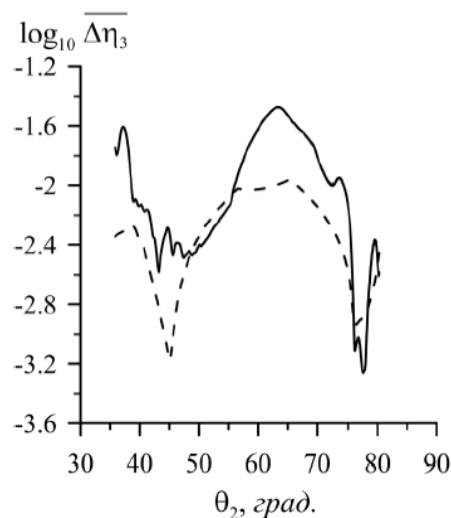


Рисунок 2.5 – Среднее по диапазону угла вращения ПС отклонение полной отражательной способности ПС от отражательной способности ПС, найденной в приближении однократного отражения луча на гранях ПС. Сплошная и штриховая кривые – ПС в контакте и вне контакта с исследуемой двухслойной структурой, соответственно

Штриховая кривая на рисунке 2.5 имеет два выраженных минимума при  $\theta_2 = 45,6^\circ$  и  $\theta_2 = 77,6^\circ$ . Сплошная кривая на рисунке 2.5

имеет более сложный вид, но и ее минимумы наблюдаются в окрестности указанных значений. Таким образом, оптимальный выбор угла  $\theta_2$  получился двузначным. Оба найденных минимума имеют аналогичную физическую природу, которая обсуждалась выше.

Для количественной оценки влияния многократных отражений света в ПС на решение обратной задачи волноводной спектроскопии мы в качестве экспериментальных данных  $\rho_2^{(i)}(\beta_0^{(k)})$  в целевой функции (2.13) использовали значения  $Z(\beta_0^{(k)})$ , рассчитанные по формуле (2.14), где переменная  $\varphi$  заменена на  $\beta_0$ . Вычисления выполнены при  $N = 1000$ .

Рисунок 2.6 иллюстрирует влияние выбора угла ПС  $\theta_2$  на точность модели (2.14).

Согласно рисунку 2.6, оптимизация угла  $\theta_2$  дает ощутимый эффект. Наилучшее соответствие зависимостей  $Z(\beta_0)$  и  $\rho_2(\beta_0)$  наблюдается при  $\theta_2 = 77,6^\circ$ . Как следует из рисунка 2.5, выбор  $\theta_2 = 77,6^\circ$  обеспечивает минимизацию влияния многократных отражений света в ПС на полную отражательную способность ПС в ситуации, когда ПС контактирует с исследуемой структурой.

Параметры описанной выше структуры, восстановленные в результате минимизации градиентным методом семипараметрической целевой функции (2.13), приведены в таблице 2.2.

Из сравнения данных таблицы 2.2 с исходными параметрами структуры (2.15) можно заключить, что оптимизация угла  $\theta_2$  приводит к существенному повышению точности восстановления показателей поглощения слоев, но практически не сказывается на точности восстановления толщин и показателей преломления слоев, все табличные значения которых вполне приемлемы. Данные особенности можно объяснить тем, что показатели преломления и толщины слоев структуры влияют главным образом на координаты  $\beta_0$  минимумов функции  $\rho_2(\beta_0)$ , а затухание мод сказывается на величине функции  $\rho_2(\beta_0)$  [2]–[5]. В то же время, согласно рисунку 2.6, многократные отражения света внутри ПС сказываются главным образом на величине данной функции и практически не затрагивают координат  $\beta_0$  ее минимумов.

### Заключение

В двумерном лучевом приближении сформулированы алгоритм расчета траекторий световых лучей в треугольной ПС и алгоритм вычисления полной отражательной способности ПС. Предложены критерии оптимального выбора углов ПС и оси ее вращения: координаты оси вращения находятся из условия стабилизации точки ввода светового пучка в исследуемую слоистую структуру, а углы ПС – из требования минимизации влияния лучей высших порядков

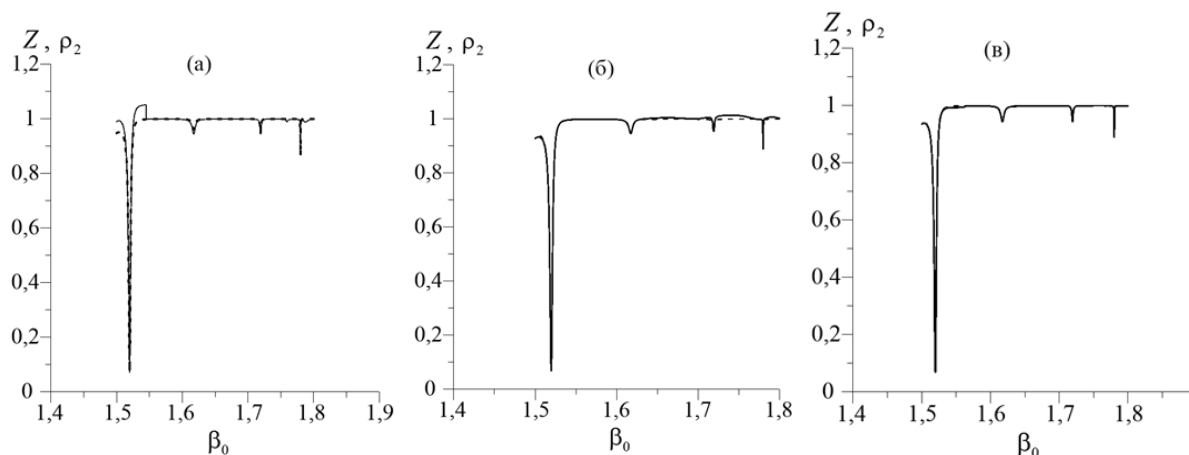


Рисунок 2.6 – Сравнение модели отражательной способности основания ПС (2.14) (сплошные кривые) с точной функцией  $\rho_2(\beta_0)$ , рассчитанной на основании (1.15), (1.17)–(1.20) (штриховые кривые) при  $\theta_2 = 57,13^\circ$  (а),  $\theta_2 = 45,6^\circ$  (б),  $\theta_2 = 77,6^\circ$  (в)

Таблица 2.2 – Восстановление параметров двухслойной структуры при различных углах призмы связи  $\theta_2$

$\theta_2$	$d_1$ , мкм	$d_2$ , мкм	$d_3$ , мкм	$n_1$	$k_1 \cdot 10^4$	$n_2$	$k_2 \cdot 10^6$
$57,13^\circ$	1,0988	0,9995	0,1064	1,54205	1,399	1,80002	7,158
$45,6^\circ$	1,0922	1,0001	0,1004	1,54223	2,857	1,80000	4,263
$77,6^\circ$	1,1078	1,0001	0,0990	1,54172	3,239	1,80000	4,933

на полную отражательную способность ПС. Эффективность данных критериев подтверждена на примере решения обратной задачи волноводной спектроскопии в случае возбуждения посредством ПС из галлий-гадолиниевого граната двухслойной пленочной структуры оксинитрида кремния на кремниевой подложке.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Khomchenko, A.V.* Waveguide spectroscopy of thin films / A.V. Khomchenko. – New York: Academic Press, 2005. – 220 p.
2. *Хомченко, А.В.* Волноводный метод измерения параметров тонких пленок / А.В. Хомченко, А.Б. Сотский, А.А. Романенко, Е.В. Глазунов, А.В. Шульга // ЖТФ. – 2005. – Т. 75, № 6, С. 98–106.
3. *Ulrich, R.* Measurement of thin film parameters with a prism coupler / R. Ulrich, R. Torge // Appl. Opt. – 1973. – Vol. 12, № 12. – P. 2901–2908.
4. *Kersten, R.T.* A new method for measuring refractive index and thickness of liquid and deposited solid thin films / R.T. Kersten // Opt. Commun. – 1975. – Vol. 13. – № 3. – P. 327–329.
5. *Adams, A.C.* An evaluation of the prism coupler for measuring the thickness and refractive index of dielectric films on silicon substrates / A.C. Adams, D.P. Schinke, C.D. Capio // J. Electrochem. Soc. – 1979. – Vol. 126. – P. 1539–1543.
6. *Kubica, J.M.* Noise limits in reconstruction of optical parameters of silica-based double-layer planar waveguides on silicon / J.M. Kubica // J. Lightwave Technol. – 2002. – Vol. 20. – № 1. – P. 114–119.
7. *Schneider, T.* Optical characterisation of a three layer waveguide structure by *m*-lines spectroscopy / T. Schneider, D. Leduc, J. Cardin, C. Lupi, H. Gundel // Ferroelectrics. – 2007. – Vol. 352, № 1. – P. 50–60.
8. *Schneider, T.* A method to retrieve optical and geometrical characteristics of three layer waveguides from *m*-lines measurements / T. Schneider, D. Leduc, C. Lupi, J. Cardin, H. Gundel, C. Boisrobert // Journal of Applied Physics. – 2008. – Vol. 103. – № 6. – P. 063110–063110–7.
9. *Cardin, J.* Determination of refractive index, thickness, and the optical losses of thin films from prism-film coupling measurements / J. Cardin, D. Leduc // Appl. Opt. – 2008. – Vol. 47, № 7. – P. 894–900.
10. *Сотский, А.Б.* Призменное возбуждение вытекающих мод тонких пленок / А.Б. Сотский, Л.М. Steingart, J.H. Jackson, П.Я. Чудаковский, Л.И. Сотская // ЖТФ. – 2013. – Т. 83, вып. 11. – С. 105–115.
11. *Соколов, В.И.* Определение показателя преломления, коэффициента экстинкции и толщины тонких пленок методом возбуждения волноводных мод / В.И. Соколов, Н.В. Марусин, В.Я. Панченко, А.Г. Савельев, В.Н. Семиногов, Е.В. Хайдуков // Квант. Электроника. – 2013. – Т. 43, № 12. – С. 1149–1153.
12. *Корн, Г.* Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука. 1977. – 831 с.
13. *Борн, М.* Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука. 1973. – 719 с.
14. *Сотский, А.Б.* Теория оптических волноводных элементов / Сотский А.Б. – Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова. 2011. – 450 с.
15. *Тихонов, А.Н.* Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М.: Наука. 1979. – 283 с.
16. *Bernacki, B.E.* A mid-infrared prism coupler for bulk and thin film optical analysis / B.E. Bernacki, N.C. Anheier, H.A. Qiao // SPIE Defense, Security and Sensing. – IR Materials Standard Working Group Meeting. – 2012. – P. 1–9.

Поступила в редакцию 15.09.14.